Hyperbola – řešené příklady

1. Urči středovou rovnici hyperboly, je-li $a=12; e=20; S=[2;4]$?

$$b=\sqrt{e^2-a^2}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{400-144}=$$
$$=\sqrt{256}=16$$

$$-\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1$$
$$-\frac{(x-2)^2}{16^2}+\frac{(y-4)^2}{12^2}=1$$
$$-\frac{(x-2)^2}{256}+\frac{(y-4)^2}{144}=1$$

2. Jaká je obecná rovnice hyperboly: $-\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$?

$$-\frac{(x+3)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{9}=1 \quad |\cdot 9$$
$$-\frac{9(x+3)^2}{9}+\frac{9(y+2)^2}{9}=1\cdot 9$$
$$-(x+3)^2+(y+2)^2=-9$$
$$-(x^2+6x+9)+(y^2+4y+4)-9=0$$

- doplníme na čtverec

$$-x^2-6x-9+y^2+4y+4-9=0$$
$$-x^2+y^2-6x+4y-9+4-9=0$$
$$-x^2+y^2-6x+4y-14=0 \quad |\cdot(-1)$$
$$x^2-y^2+6x-4y+14=0$$

- obecná rovnice hyperboly

3. Jaká je středová rovnice hyperboly $4x^2-9y^2+18y-45=0$?
Určivelikost a, b, e a souřadnice S, E, F, A a B.

$$4x^2-9(y^2-2y)-45=0$$
$$4x^2-9(y^2-2y+1)+9-45=0$$
$$4x^2-9(y-1)^2-36=0$$
$$4x^2-9(y-1)^2=36 \quad |:36$$
$$\frac{4x^2}{36}-\frac{9(y-1)^2}{36}=\frac{36}{36}$$
$$\frac{x^2}{9}-\frac{(y-1)^2}{4}=1$$

$$S=[m;n]=[0;1]$$
$$a^2=9\Rightarrow a=3$$
$$b^2=4\Rightarrow b=2$$
$$e^2=a^2+b^2\Rightarrow e=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$

$$E=[m-a;n]=[-3;1]$$
$$F=[m+a;n]=[3;1]$$
$$A=[m-e;n]=[-\sqrt{13};1]$$
$$B=[m+e;n]=[\sqrt{13};1]$$